

解答・解説

- (1) 空白のマスを「×」とすると、「○, ○, ○, ×, ×, ×, ×」を並び替えたうち、「○, ○, ○」が隣り合わない場合を考えればよい。
 まず「×」4つを並べ、その両端と隙間5カ所のうち、3カ所に「○」を入れれば、「○」が隣り合うことがないので、 ${}_5C_3=10$ (通り) …(答)

【別解】

「○」2つの位置を固定して残りの「○」の配置を考えると、
 ○×○×①②③ ①~③の3通り。
 ○××○×①② ①~②の2通り。
 ○×××○×① ①の1通り。
 ×○×○×①② ①~②の2通り。
 ×○××○×① ①の1通り。
 ××○×○×① ①の1通り。
 以上より、 $3+2+1+2+1+1=10$ (通り) …(答)

- (2) 仕切りが1つとなるのは、「○|○」, 「○」, 「○」が隣り合わない場合である。
 まず「×」4つを並べ、その両端と隙間5カ所のうち、3カ所に「○|○, ○, ○」を入れればよい。「○|○」の入れ方は、 ${}_5C_1=5$ (通り)。残り4カ所のうち、2カ所に「○」2個を入れる方法は、 ${}_4C_2=6$ (通り)。よって、 $5 \times 6=30$ (通り) …(答)

【別解】

「○|○」のかたまりを「●」と置き換えて考えると、「●, ○, ○, ×, ×, ×, ×」を並び替えたうち、「●, ○, ○」が隣り合わない場合を考えればよい。
 この配置は、(1)で求めた10通りと同じであり、「●」の置き方は、「●, ○, ○」, 「○, ●, ○」, 「○, ○, ●」の3通りであるから、 $10 \times 3=30$ (通り) …(答)

- (3) 仕切りが3つとなるのは、
 ① 「○|○|○|○」, 「○」, 「○」が隣り合わない場合
 ② 「○|○|○」, 「○|○」, 「○」が隣り合わない場合
 ③ 「○|○」, 「○|○」, 「○|○」が隣り合わない場合
 のいずれかである。(※)

まず「×」4つを並べ、その両端と隙間5カ所のうち、3カ所に①~③の「○」を入れればよい。
 ①のとき、「○|○|○|○」, 「○」, 「○」の入れ方は、 ${}_5C_1 \times {}_4C_2=30$ (通り)。
 ②のとき、「○|○|○」, 「○|○」, 「○」の入れ方は、 ${}_5P_3=60$ (通り)。
 ③のとき、「○|○」, 「○|○」, 「○|○」の入れ方は、 ${}_5C_3=10$ (通り)。
 以上より、 $30+60+10=100$ (通り) …(答)

【(※)以降の別解】

「○|○|○|○」を「▲」に、「○|○|○」を「■」, 「○|○」を「●」に置き換えて考えると、以下の場合を考えればよい。
 ① 「▲, ○, ○, ×, ×, ×, ×」の並び替えのうち、「▲, ○, ○」が隣り合わないもの
 ② 「■, ●, ○, ×, ×, ×, ×」の並び替えのうち、「■, ●, ○」が隣り合わないもの
 ③ 「●, ●, ●, ×, ×, ×, ×」の並び替えのうち、「●, ●, ●」が隣り合わないもの

もの

①～③のいずれも配置は、(1)で求めた 10 通りをもとに考えればよい。

①のとき、「▲, ○, ○」の置き方は 3 通りであるから、 $10 \times 3 = 30$ (通り)。

②のとき、「■, ●, ○」の置き方は 6 通りであるから、 $10 \times 6 = 60$ (通り)。

③のとき、「●, ●, ●」の置き方は 1 通りであるから、 $10 \times 1 = 10$ (通り)。

以上より、 $30 + 60 + 10 = 100$ (通り) …(答)